माध्य का अर्थ
(MEANING OF AVERAGE)

दी हुई समंक माला में ऐसा मूल्य जो सम्पूर्ण समंकों का प्रतिनिधित्व करता है, सांख्यिकीय माध्य कहलाता है।

प्रो. एलहान्स के अनुसार, ''यह स्पष्ट है कि एक ऐसी संख्या जिसका प्रयोग सम्पूर्ण श्रेणियों का प्रतिनिधित्व करने के लिए किया जाता है, वह श्रेणी में न तो न्यूनतम मूल्य रखती है और न ही उच्चतम मूल्य, अपितु वह मूल्य तो इन दोनों सीमाओं के बीच का एक मूल्य होता है जहां श्रेणियों की अधिकांश इकाइयां एकत्रित हो जाती हैं। ऐसे अंक केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप अथवा माध्य कहलाते हैं।''[1]

क्राक्सटन तथा **काउडेन** के अनुसार, ''माध्य समंकों के विस्तार के अन्तर्गत स्थित एक ऐसा मूल्य है जिसका प्रयोग समंकमाला के सभी मूल्यों का प्रतिनिधित्व करने के लिए किया जाता है।''[2]

उपर्युक्त परिभाषाओं से स्पष्ट है कि **सांख्यिकीय माध्य सम्पूर्ण समंकों का प्रतिनिधित्व करने वाला और केन्द्रीय मूल्य को प्रकट करने वाला एक अंक होता है जो कि उन समंकों के न्यूनतम और अधिकतम मूल्य के बीच की स्थिति में होता है।** इस तरह माध्य विशाल संख्याओं का संक्षिप्तीकरण करने का एक साधन बन जाता है।

---

1 D. N. Elhance, *Fundamentals of Statistics*, p. 289.
2 Croxton and Cowden, *Practical Business Statistics*, p. 214.

Scanned with CamScanner

माध्यों की उपयोगिता एवं उद्देश्य
(UTILITY AND OBJECTS OF AVERAGE)

सामाजिक अनुसन्धान में तथ्यों की विवेचना, विश्लेषण व निष्कर्षीकरण में माध्य की निम्नलिखित उपयोगिताएं व उद्देश्य हैं :

(1) **श्रेणियों का संक्षिप्तीकरण करना**—माध्य का प्रमुख उद्देश्य जटिल अंकों की श्रेणियों का संक्षिप्तीकरण करना है जिससे उन्हें समझना एवं याद रखना सरल हो जाता है। उदाहरणार्थ, एक कक्षा के सभी छात्रों के अंकों को याद रखना कठिन है, परन्तु सभी के अंकों से माध्य अंक ज्ञात करके याद रखना एवं समझना सरल हो जाता है।

(2) **तुलनात्मक अध्ययन में सरलता**—अनेक अंकों वाली श्रेणियों की तुलना करना कठिन होता है, परन्तु उनका माध्य ज्ञात करके उन्हें एक अंक का रूप प्रदान कर दिया जाय तो तुलना का काम सरल हो जाता है। उदाहरणार्थ, माध्य की सहायता से भारत और चीन की प्रति व्यक्ति औसत आय की तुलना सरलता से की जा सकती है।

(3) **विश्लेषण में सहायक**—घोष तथा चौधरी ने लिखा है कि विशाल समूह का एक संक्षिप्त रूप प्रकट करके विश्लेषण व व्याख्या के कार्य को सरल बनाना माध्य का एक उल्लेखनीय कार्य है।

(4) **अनुपात निर्धारण**—माध्य के द्वारा अंकों की दो श्रेणियों या दो समूहों के बीच पाये जाने वाले सम्बन्धों तथा अनुपात का अनुमान लगाया जाता है। उदाहरणार्थ, एक कालेज के छात्रों का उत्तीर्ण प्रतिशत 60 तथा दूसरे कालेज का 90 रहा हो तो प्रथम कालेज से दूसरे कालेज का परीक्षाफल डेढ़ गुना समझना चाहिए।

(5) **सरलीकरण करना**—अत्यधिक जटिल अंक समूहों को ठोस रूप से परिवर्तित कर देना, विशाल आंकड़ों के निदर्शन निकालना तथा अनेक प्रकार की बिखरी हुई सामग्री को सरल बनाने में माध्य ही अधिक सहायक होते हैं।

(6) **समग्र का प्रतिनिधित्व करना**—माध्य एक ऐसी संख्या होती है जिसके आधार पर सम्पूर्ण श्रेणी, सम्पूर्ण समूह अथवा समग्र घटना के बारे में निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं।

(7) **मार्ग-दर्शन करना**—सामाजिक-आर्थिक विकास तथा राष्ट्रीय नियोजन के भावी कार्यक्रमों की दिशा निर्धारित करने के उद्देश्य से माध्य आधार के रूप में कार्य करता है। उदाहरणार्थ, माध्य से यह प्रकट होता है कि यदि भारतीयों की औसत आयु अन्य देशों के लोगों की औसत आयु से कम है तो उसमें सुधार एवं वृद्धि की जा सकती है।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि माध्य समंक समूह का एक संक्षिप्त सरल चित्र प्रस्तुत करके उसकी सम्पूर्ण विशेषताओं को प्रकट करता है। नियोजन तथा नीति-निर्धारण में माध्य ही आधार-शिला एवं मार्ग-दर्शक के रूप में कार्य करता है। इसकी सहायता से तुलनात्मक अध्ययन द्वारा वैज्ञानिक निष्कर्षों तक पहुंचा जा सकता है।

एक आदर्श माध्य के आवश्यक तत्व
(ESSENTIALS OF AN IDEAL AVERAGE)

प्रो. यूल तथा केण्डाल (Yule & Kendall) ने प्रतिनिधित्वपूर्ण माध्य में निम्नांकित विशेषताओं का होना आवश्यक बताया है : (i) स्थिर परिभाषा, (ii) सभी मूल्यों पर आधारित, (iii) सरल एवं बोधगम्य, (iv) शीघ्र गणनीय, (v) बीजगणितीय विवेचन के योग्य, (vi) निदर्शन परिवर्तनों से कम से कम प्रभावित।

एक आदर्श माध्य में निम्नलिखित गुण होने चाहिए :

(1) **निश्चितता एवं स्पष्टता**—माध्य पूर्णतया निश्चित एवं स्पष्ट होना चाहिए। इसको देखने, समझने या अध्ययन करने में कोई अनुमान लगाने की आवश्यकता नहीं होनी चाहिए, अपितु उसका केवल एक ही अर्थ लगाया जाना चाहिए।

(2) **सरलता**—एक आदर्श माध्य का गुण है कि उसकी गणना की पद्धति सरल और उपयुक्त होनी चाहिए ताकि उसे समझने में अधिक बुद्धि-प्रयोग एवं परिश्रम की आवश्यकता नहीं पड़े।

Scanned with CamScanner

(3) **समूह का प्रतिनिधित्व**—आदर्श माध्य ऐसा होना चाहिए जो समंकमाला के सभी पदों पर निर्भर हो जिससे पूरी श्रेणी की विशेषताओं को स्पष्ट एवं संक्षिप्त चित्र द्वारा प्रस्तुत किया जा सके एवं पूर्णतया सही निष्कर्ष प्राप्त किये जा सकें।

(4) **निरपेक्षता**—माध्य में सापेक्षता या तुलनात्मकता नहीं होनी चाहिए अर्थात् माध्य घटने-बढ़ने वाला, या अमुक संख्या से कम या अधिक, ऐसा नहीं होना चाहिए। जैसे एक ही माध्य को कहीं पर x का दो गुणा, कहीं $x+y$, कहीं $x-3$ नहीं माना जाना चाहिए अपितु इसमें निरपेक्षता होनी चाहिए।

(5) **बीजगणितीय विवेचन सम्भव**—सन्तोषजनक माध्य ऐसा होना चाहिए जिसे समस्याओं के गहन अध्ययन में बीजगणितीय तथा अंकगणितीय सूत्रों से परखा जा सके अर्थात् इन सूत्रों के प्रयोग तथा विवेचन की क्षमता होनी चाहिए। इनके आधार पर ही माध्य से विचलन एवं समूहों का सम्मिलित माध्य ज्ञात किया जाता है।

(6) **निदर्शन से कम प्रभावित**—अच्छे माध्य का गुण यह है कि निदर्शन में परिवर्तन के बावजूद भी माध्य पर उसका प्रभाव नहीं पड़ना चाहिए। उदाहरण के रूप में, एक ही समूह में विभिन्न निदर्शन चुनकर माध्य निकाला जाये और यदि उन माध्यों में कम से कम अन्तर हो तो वही आदर्श माध्य कहलाता है।

माध्यों की सीमाएं
(LIMITATIONS OF AVERAGES)

माध्य में गुणों के साथ-साथ अपनी कुछ सीमाएं भी हैं जो इस प्रकार हैं :

(1) **व्यक्तिगत इकाइयों का अध्ययन नहीं**—माध्य समग्र का प्रतिनिधित्व करता है, समूह की व्यक्तिगत या पृथक्-पृथक् इकाइयों की विशेषताओं को स्पष्ट नहीं करता है।

(2) **विचित्र संख्याएं**—समान्तर माध्य या अंकगणितीय औसत के रूप में प्राप्त संख्याएं कभी-कभी अव्यावहारिक एवं हास्यास्पद लगती हैं, जैसे 2.1 कमरे, 4.5 विद्यार्थी, आदि।

(3) **अनिश्चित तुलनाएं**—जिन दो समूहों में तुलना की जा रही है, उनकी स्थिति में परिवर्तन हो जाने पर भी माध्य में कोई परिवर्तन नहीं होता है। ऐसी स्थिति में तुलना अनिश्चित एवं अर्थहीन हो जाती है।

(4) **अविश्वसनीय निष्कर्ष**—माध्यों द्वारा कई बार त्रुटिपूर्ण तथा भ्रामक निष्कर्ष भी निकल सकते हैं, जैसे कुछ विद्यार्थियों के माध्य प्राप्तांक सारी परीक्षाओं में लगभग समान रहते हैं और कुछ के प्राप्तांकों में कमी या वृद्धि हो जाती है, तब उनका वास्तविक ज्ञान स्तर माध्य से ज्ञात नहीं हो पाता।

(5) **विरोधी इकाइयों का बचाव**—माध्यों के अन्तर्गत प्रमाणित या प्राक्कल्पना से सम्बन्धित इकाइयों को ही सम्मिलित किया जाता है। अनेक असम्बद्ध अथवा विचलित इकाइयों को माध्य में सम्मिलित ही नहीं किया जाता जो कि निष्कर्षों को प्रभावित कर सकती हैं।

(6) **व्यापारिक प्रयोग कठिन**—माध्यों के द्वारा तुलना करना, सरलता से इसका प्रयोग करना, माध्य चयन करना तथा माध्य ज्ञात करने की एक विधि का चुनाव विशेष परिश्रम, अभ्यास एवं विशिष्ट प्रशिक्षण से ही सम्भव होने के कारण कठिन है।

उपर्युक्त सीमाओं का यह तात्पर्य नहीं है कि सामाजिक अनुसन्धान में माध्यों की कोई उपयोगिता नहीं है। **माध्य का चाहे कोई भी प्रकार हो, केन्द्रीय प्रवृत्ति को ज्ञात करने में इसका विशेष योगदान है।**

सांख्यिकीय माध्यों के प्रकार
(TYPES OF STATISTICAL AVERAGES)

विभिन्न समस्याओं के अध्ययन में प्रयोग किये जाने वाले माध्य कई प्रकार के होते हैं जो निम्नांकित हैं :

I. स्थिति माध्य (Averages of Position)

(1) बहुलक या भूयिष्ठक (Mode)

(2) मध्यका (Median)।

II. गणितीय माध्य (Mathematical Averages)

(1) समान्तर माध्य (Arithmetic Average or mean)

(2) ज्यामितीय या गुणोत्तर माध्य (Geometric mean)

Scanned with CamScanner

(3) हरात्मक माध्य (Harmonic mean)

(4) द्विघातीय माध्य (Quadratic mean)।

III. व्यापारिक माध्य (Business Averages)

(1) चल माध्य (Moving Average)

(2) प्रगतिशील माध्य (Progressive Average)

(3) संग्रथित माध्य (Composite Average)।

उपर्युक्त प्रकार के माध्यों में से सामाजिक अनुसन्धान कार्य में तथ्यों के विश्लेषण एवं व्याख्या के लिए विशेष रूप से बहुलक, मध्यका तथा समान्तर माध्य का ही प्रयोग किया जाता है। अतः हम यहां केवल इन्हीं प्रकारों का वर्णन करेंगे।

Scanned with CamScanner